29. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás, vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Gimnázium 9. évfolyam

G.9/1.

Adatok: $s_A = 100$ m, $d = 36$ m, $l = 85$ m, $c = 36$ km/h = 10 m/s.

Keressük az utas futásának sebességét, amit υ-vel jelölünk. Rögzítsük a koordinátarendszert a megállóhoz! Számítsuk ki a futási időt. Ez megegyezik az autóbusz megállóba érkezési idejével:

$$t = \frac{s_A}{c} = \frac{100\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{m/s}} = 10\,\mathrm{s} \qquad \boxed{\textbf{2 pont}}$$

Ha ismerjük az utas távolságát a megállótól, akkor a sebességét már meg tudjuk határozni. Az ábra geometriájából ezt könnyen megkapjuk:

$$\overline{\mathrm{AX}} = \sqrt{l^2 - d^2} = 77\,\mathrm{m} \qquad \boxed{\textbf{2 pont}}$$

Innen az XB szakasz hossza:

$$\overline{\mathrm{XB}} = s_A - \overline{AX} = 23\,\mathrm{m} \qquad \boxed{\textbf{2 pont}}$$

Ezzel az utas útja a megállóig:

$$s_U = \sqrt{d^2 + \overline{\mathrm{XB}}^2} = 42{,}72\,\mathrm{m} \qquad \boxed{\textbf{2 pont}}$$

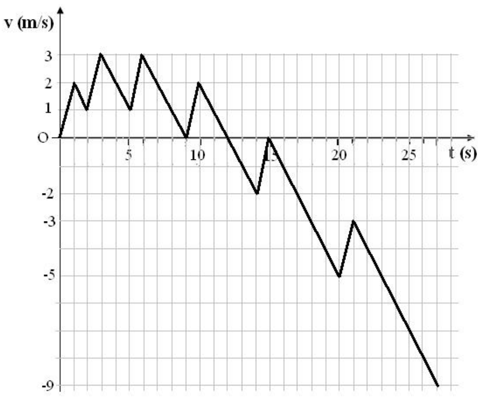
Ezt az utat kell az utasnak megtennie 10 s alatt, vagyis a sebessége:

$$\upsilon = \frac{s_U}{t} \approx 4{,}3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad \boxed{\textbf{2 pont}}$$

(Az utas hiába szaladt, mert a piros jelzésű autóbusz nem állt meg. Ha megállt volna, a feladat nem lett volna megoldható, ugyanis a megoldásnál feltételeztük, hogy mindvégig egyenletes mozgást végeznek a feladat szereplői.)

G.9/2.

a) Az autó sebessége az idő függvényében:



4 pont

b) Az első megállás $t_1 = 9$ s-nál, a második pedig $t_2 = 12$ s-nál történik. **2 pont**

c) A maximális elmozdulást a sebesség-idő grafikon pozitív részének görbe alatti területeként számíthatjuk ki:

$$x_{max} = \frac{1\cdot 2}{2} + \frac{1\cdot(2+1)}{2} + \frac{1\cdot(1+3)}{2} + \frac{2\cdot(3+1)}{2} + \frac{1\cdot(1+3)}{2} + \frac{3\cdot 3}{2} + \frac{1\cdot 2}{2} + \frac{2\cdot 2}{2} = 18\,\mathrm{m} \qquad \boxed{\textbf{4 pont}}$$

G.9/3.

Adatok: υ_o = 20 m/s.

a) A test sebessége leérkezéskor a υ_o és υ_{y2} komponensek eredője:

$$\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_o^2 + \upsilon_{y2}^2} \quad \text{ahol} \quad \upsilon_2 = 2\upsilon_o$$

$$\Rightarrow \quad \upsilon_{y2} = \sqrt{3}\upsilon_o = 20\sqrt{3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$ **4 pont**

Ebből számolhatjuk az esési időt: $t = \frac{\upsilon_{y2}}{g} = 2\sqrt{3}\ \mathrm{s}$ **1 pont**

Az esési magasság pedig: $h = \frac{1}{2}gt^2 = \underline{\underline{60\ \mathrm{m}}}$ **2 pont**

b) Az esési idő felénél a test sebessége a v_o és v_{y1} komponensek eredője:

$$\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_o^2 + \upsilon_{y1}^2} \quad \text{ahol} \quad \upsilon_{y1} = g\frac{t}{2} = 10\sqrt{3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$ **2 pont**

$$\Rightarrow \quad \upsilon_1 = \sqrt{700} \approx \underline{\underline{26{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$$ **1 pont**

G.9/4.

Adatok: m = 80 kg, $\mu_o = 0{,}3$, $\mu'_o = 0{,}5$.

Az emberre és a kőre a közöttük ható erőn kívül még négy erő hat: a nehézségi erő, a felhajtóerő és a medence alja által kifejtett tartóerő, illetve tapadási súrlódási erő. Ha az ember a követ csak lassan mozgatja (tehát nem löki meg hirtelen), akkor legfeljebb akkora (F) vízszintes irányú erőt képes kifejteni, mint a lába és a talaj közötti tapadási erő maximuma. A tapadási súrlódási erő azonban függ a nyomóerőtől, amely ebben az esetben a felhajtóerő miatt kisebb a nehézségi erőnél. Az ember talpa és a medence alja közötti tapadási erő maximuma tehát: **2 pont**

$$F_{t,max} = \mu_o \cdot N = \mu_o \cdot \left(m_{ember}\, g - \rho_{víz} \cdot \frac{m_{ember}}{2\rho_{ember}} \cdot g \right) = \mu_o \cdot m_{ember} \cdot g \cdot \left(1 - \frac{\rho_{víz}}{2\rho_{ember}} \right) = 125{,}7\ N$$ **3 pont**

A kő megmozdításához legalább akkora erő kell, mint a kőre ható (F') tapadási erő maximuma:

$$F'_{t,max} = \mu'_o \cdot N' = \mu'_o \cdot m_{kő} \cdot g \cdot \left(1 - \frac{\rho_{víz}}{\rho_{kő}} \right)$$ **2 pont**

A kő akkor mozdulhat meg, ha: $F_{t,max} \geq F'_{t,max}$ **1 pont**

$$\mu_o \cdot m_{ember} \cdot g \cdot \left(1 - \frac{\rho_{víz}}{2\rho_{ember}} \right) \geq \mu'_o \cdot m_{kő} \cdot g \cdot \left(1 - \frac{\rho_{víz}}{\rho_{kő}} \right)$$

$$m_{kő} \leq \frac{\mu_o \cdot \left(1 - \frac{\rho_{víz}}{2\rho_{ember}} \right)}{\mu'_o \cdot \left(1 - \frac{\rho_{víz}}{\rho_{kő}} \right)} \cdot m_{ember} = \underline{\underline{41{,}9\ kg}}$$ **2 pont**

G.9/5.

Adatok: F = 0,2 N, r = 1 m, m = 0,05 kg.

a) Az érintő irányú gyorsulás: $a_é = \frac{F}{m} = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ **1 pont**

A két gyorsulás egyenlősége miatt: $a_é = a_{cp} = \frac{\upsilon_k^2}{r} \quad \Rightarrow \quad \upsilon_k = \sqrt{a_é r} = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **2 pont**

Mivel a kerületi sebesség $v_k = a_é t$, ezért az eltelt idő: $t = \sqrt{\frac{mr}{F}} = \underline{\underline{0{,}5\ \mathrm{s}}}$ **2 pont**

b) A $\tau = 1\,s$ alatt befutott út a feltétel szerint $s = 6\pi \cdot r$. A τ időtartam kezdődjön a t pillanatban és fejeződjön be a $t+\tau$ pillanatban. A körpályán egyenletesen gyorsuló test által eközben megtett út:

$$s = \frac{v_1 + v_2}{2}\tau, \qquad \text{ahol} \quad v_1 = a_é t \;\text{ és }\; v_2 = a_é(t+\tau)$$ **3 pont**

$$6\pi \cdot r = \frac{a_é t + a_é(t+\tau)}{2}\tau$$

Innen a keresett időtartam kezdete: $t = \dfrac{\dfrac{12\pi \cdot r}{a_é} - \tau^2}{2\tau} = \underline{\underline{4{,}21\,\mathrm{s}}}$. **2 pont**

Szakközépiskola 9. évfolyam

Sz.9/1.

Mivel a korong egyenletesen forog és a testeket egyszerre ejtjük el, ezért a felső test esési ideje kétszerese az alsóénak. **3 pont**

A testek kezdősebesség nélkül szabadon esnek, tehát a megtett utak aránya a négyzetes úttörvény alapján meghatározható:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\frac{g}{2}t_2^2}{\frac{g}{2}t_1^2} = \frac{(2t_1)^2}{t_1^2} = 4$$ **7 pont**

Sz.9/2.

Adatok: $s_1 = 4$ m, $t = 3{,}2$ s.

A mozgás utolsó másodpercére igaz: $s_1 = \frac{a}{2} \cdot t_1^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s_1}{t_1^2} = 8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ **3 pont**

a) A teljes fékút: $s = \frac{a}{2} \cdot t^2 \approx 41$ m **4 pont**

b) A fékezés előtti sebesség: $v = a \cdot t = 25{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 92\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ **3 pont**

Sz.9/3.

Adatok: a = 1200 m, b = 2 m, d = 1,5 m.

A mérés elve például a következő lehet:

A belátható sín hossza hasonló háromszögekből $b : d = (a+b) : s \Rightarrow s = 901{,}5$ m. **2 pont**

A stoppert akkor indítjuk, amikor a vonat első kocsijának eleje láthatóvá válik.

Amikor ez eléri az ablak másik szélét, leolvassuk az időt: t_1. **2 pont**

A szerelvény sebessége a $v = s/t_1$ hányados. **1 pont**

Amikor az utolsó kocsi vége is elérte az ablak túlsó szélét, leállítjuk a stoppert: t_2. **2 pont**

Most $v = (s+L)/t_2$, ahol L a szerelvény összes kocsijának együttes hossza.

Innen megkapjuk a kocsik együttes hosszát: $L = v \cdot t_2 - s$ **2 pont**

Közben megszámoljuk, hány kocsiból áll a szerelvény. Ha a kocsik darabszáma n, akkor az átlagos kocsihossz L/n. **1 pont**

Sz.9/4.

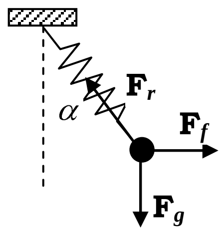
Adatok: m = 2 kg, F_f = 20 N, D = 200 N/m.

a) Egyensúlyban a feltételek miatt $F_f = F_g = 20$ N, **1 pont**

ezért a rugó $\alpha = 45^\circ$-os szöget zár be a függőlegessel. **2 pont**

A rugóerő nagysága: $F_r = \sqrt{F_f^2 + F_g^2} = 20\sqrt{2}$ N **2 pont**

A rugó megnyúlása: $\Delta l = \frac{F_r}{D} = 0{,}14$ m **1 pont**



b) Ha a fonalat elégetjük, az F_f erő megszűnik. Ekkor az F_r rugóerő és az F_g gravitációs erő eredője éppen F_f nagyságú kell legyen, iránya pedig F_f irányával ellentétes. Ezért a test gyorsulása vízszintesen balra mutat és nagysága:

$$a = \frac{F_f}{m} = \frac{F_g}{m} = g \approx 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$ **4 pont**

Sz.9/5. **Lásd a G.9/4. feladat megoldását!**

Gimnázium 10. évfolyam

G.10/1.

Adatok: L = 2 m, m = 3 kg, μ = 0,4.

a) A lejtőn lecsúszó test gyorsulására fennáll:

$$a = g(sin\alpha - \mu cos\alpha) \geq 0,$$ **2 pont**

amit átalakítva $tg\alpha \geq \mu = 0{,}4 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\alpha \geq 21{,}8^o}}$ **2 pont**

b) 60°-os hajlásszög esetén a gyorsulás: $a = 6{,}66\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ **1 pont**

A gyorsulás vízszintes és függőleges komponensei:

$$a_x = a\,cos\alpha = \underline{\underline{3{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \quad a_y = a\,sin\alpha = \underline{\underline{5{,}77\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$ **2 pont**

c) A feltétel szerint: $a_x = a_y \quad \Rightarrow \quad a\,cos\alpha = a\,sin\alpha$ **1 pont**

Egyenlőség két esetben állhat fenn:

1. Ha $a = 0$, akkor az a) pontban tárgyaltak alapján $tg\alpha = \mu = 0{,}4 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\alpha = 21{,}8^o}}$ **1 pont**

2. Ha $a \neq 0$, akkor $cos\alpha = sin\alpha$, tehát $tg\alpha = 1 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\alpha = 45^o}}$ **1 pont**

G.10/2.

Adatok: m_1 = 2 kg, m_2 = 3 kg, D = 240 N/m, Δl = 0,15 m, υ = 2 m/s.

I. Megoldás:

A lendület megmaradásának tétele: $(m_1 + m_2)\upsilon = m_1 u_1 + m_2 u_2$ **2 pont**

A munkatétel szerint: $\frac{1}{2}D\cdot(\Delta l)^2 = \frac{1}{2}m_1 u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 u_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\cdot \upsilon^2$ **3 pont**

Egyszerűség kedvéért az egyenletrendszert numerikusan oldjuk meg. A dimenziókat elhagyva:

$$25{,}4 = 2\,u_1^2 + 3\,u_2^2$$

$$10 = 2\,u_1 + 3\,u_2$$

Az utóbbiból u_2 -t kifejezve, majd az első egyenletbe írva és a műveleteket elvégezve:

$$10u_1^2 - 40u_1 + 23{,}8 = 0$$

A vegyes másodfokú egyenlet két megoldása:

$$u_1 = 3{,}274\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad és \quad u_2 = 1{,}152\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

illetve $\underline{\underline{u_1 = 0{,}727\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \quad és \quad \underline{\underline{u_2 = 2{,}848\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$ **4 pont**

Mivel az m_2 tömegű kocsi halad elöl, ezért a szétlökés után sebessége nagyobb lesz a kezdetinél, tehát a második értékpár a feladat megoldása. **1 pont**

II. Megoldás:

Számoljunk tömegközépponti rendszerben! Ekkor egyenleteink:

$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = 0 \quad \rightarrow \quad \upsilon_2 = -\frac{m_1}{m_2}\upsilon_1$$ **2 pont**

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}D(\Delta l)^2$$ **3 pont**

A υ_2-re kapott kifejezést az energiaegyenletbe beírva:

$$m_1\upsilon_1^2 + m_2\frac{m_1^2}{m_2^2}\upsilon_1^2 = D(\Delta l)^2$$

ahonnan

$$\upsilon_1 = \Delta l\sqrt{\frac{m_2}{(m_1 + m_2)m_1}D} = 1{,}273\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad \boxed{\textbf{2 pont}}$$

$$\upsilon_2 = -\frac{m_1}{m_2}\upsilon_1 = -0{,}848\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad \boxed{\textbf{1 pont}}$$

A talaj koordinátarendszerében a megfelelő sebességek $u_1 = c + \upsilon_1$ és $u_2 = c + \upsilon_2$.
Ha a két kocsi kezdetben $\upsilon = c$ sebességgel úgy haladt, hogy az m_2 tömegű kocsi volt elöl, akkor a kölcsönhatás utáni sebességek (c irányát véve pozitívnak):

$$u_1 = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 1{,}273\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{0{,}727\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}} \qquad u_2 = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 0{,}848\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{2{,}848\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}} \qquad \boxed{\textbf{2 pont}}$$

G.10/3.

<u>Adatok</u>: l = 12 m, R = 7 m, $h_0 = 1$ m, $\alpha = 30^\circ$.
A körhintában ülők egyenletes körmozgást végeznek. (Most ne vegyük figyelembe a kiterjedésüket...)
a) A gyermekre két erő hat (K, mg), ezek eredője okozza a centripetális gyorsulást:

$$m\cdot\frac{\upsilon^2}{r} = m\cdot g\cdot tg\alpha \qquad \boxed{\textbf{1 pont}}$$

$$m\cdot\frac{4\cdot\pi^2\cdot r}{T^2} = m\cdot g\cdot tg\alpha\text{, ahol } r = R + l\cdot sin\alpha = 13\text{ m} \qquad \boxed{\textbf{1 pont}}$$

$$T = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{r}{g\cdot tg\alpha}} = \underline{\underline{9{,}43\text{ s}}} \qquad \boxed{\textbf{2 pont}}$$

b) A pénzérme $h = h_0 + l\cdot(1 - cos\alpha) = 2{,}61$ m magasságból $\upsilon = \sqrt{r\cdot g\cdot tg\alpha} = 8{,}66\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességű vízszintes hajítást végez. Ennek ideje: $t = \sqrt{\frac{2\cdot h}{g}} = 0{,}72$ s. $\boxed{\textbf{3 pont}}$

A pénzérme vízszintes koordinátájának megváltozása a hajítás ideje alatt:

$$x = \upsilon\cdot t = 6{,}26\text{ m} \qquad \boxed{\textbf{1 pont}}$$

Az apró becsapódási pontjának távolsága a körhinta tengelyétől:

$$l = \sqrt{r^2 + x^2} = \underline{\underline{14{,}43\text{ m}}} \qquad \boxed{\textbf{2 pont}}$$

A gyerekek zsebéből hintázás közben kipotyogott aprót a hinta tengelyétől l távolságban érdemes keresni egy <u>kb. 14,4 méter sugarú kör kerületén</u>.

G.10/4.

<u>Adatok</u>: p_0 = 100 kPa, A = 100 cm^2, υ = 1 cm/s, Δt = 4 s.
a) A folyamat izobár, a gáz nyomása egyenlő a külső nyomással, ezért:

$$W_k = -p_0\Delta V = -p_0 A\upsilon\Delta t = \underline{\underline{-40\text{ J}}} \qquad \boxed{\textbf{4 pont}}$$

b) A belsőenergia megváltozása: $\Delta E_b = \frac{f}{2}p_o\Delta V = \frac{f}{2}(-W_k) = \frac{5}{2}\cdot 40\text{ J} = \underline{\underline{100\text{ J}}}$ $\boxed{\textbf{3 pont}}$

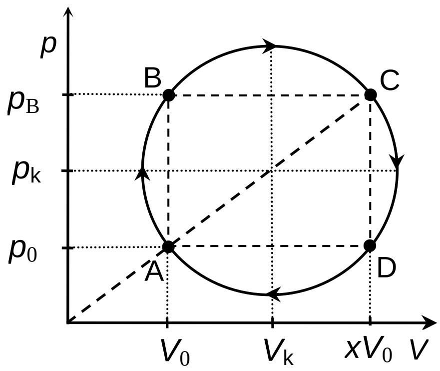
c) A melegítő teljesítménye az I. főtétel felhasználásával:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{\Delta E_b - W_k}{\Delta t} = \frac{140\text{ J}}{4\text{ s}} = \underline{\underline{35\text{ W}}} \qquad \boxed{\textbf{3 pont}}$$

G.10/5.

a) Legyen a gáz térfogata az A és B állapotban V_0, a C és D állapotban xV_0! Legyen a gáz nyomása az A és D állapotban p_0, a B és C állapotban p_B!

Mivel az A és C pontokat összekötő egyenes átmegy az origón:



$$\frac{p_B}{xV_0} = \frac{p_0}{V_0}$$

$$p_B = xp_0$$ **2 pont**

Az állapotegyenletet az A és C állapotra felírva:

$$p_0 V_0 = nRT_A$$

$$xp_0 \cdot xV_0 = nRT_B$$

Ezekből: $$x = \sqrt{\frac{T_B}{T_A}} = 3$$

A nyomások aránya:

$$\frac{p_C}{p_A} = \frac{p_B}{p_0} = \underline{\underline{x = 3}}$$ **3 pont**

b) Gay-Lussac I. törvényéből:

$$\frac{T_D}{T_A} = \frac{3V_0}{V_0} \quad \text{illetve} \quad \frac{T_C}{T_B} = \frac{3V_0}{V_0}$$

$$T_D = 3T_A = \underline{\underline{600\ \text{K}}} \qquad T_B = \frac{T_C}{3} = \underline{\underline{600\ \text{K}}}$$ **2 pont**

c) A kör középpontjához tartozó állapot állapotjelzői (térfogat, nyomás):

$$V_k = \frac{V_0 + 3V_0}{2} = 2V_0$$

$$p_k = \frac{p_0 + 3p_0}{2} = 2p_0$$

Az állapotegyenletet a kör középpontjához tartozó állapotra felírva:

$$2p_0 \cdot 2V_0 = nRT_k$$

Ezt az A állapotra vonatkozó állapotegyenlettel összehasonlítva:

$$T_k = 4T_A = \underline{\underline{800\ \text{K}}}$$ **3 pont**

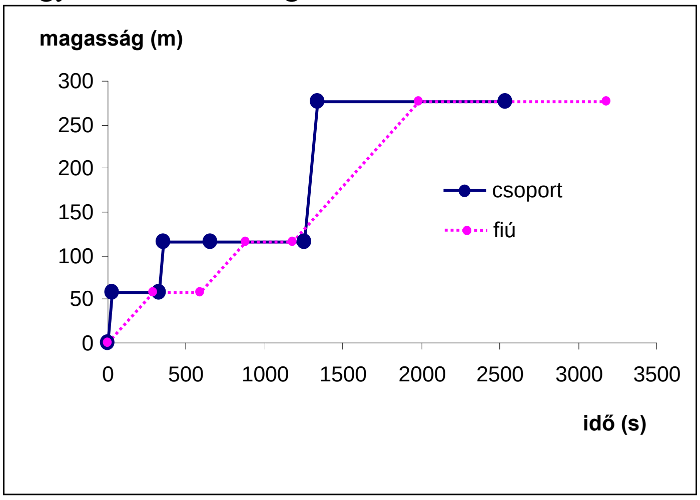
Szakközépiskola 10. évfolyam

Sz.10/1.

Táblázat alapján a $t = \dfrac{s}{v}$ összefüggés alkalmazásával:

történés	fiú mikor (s)	csoport mikor (s)	találkozás
indulás	0	0	
58 m-re érkezés	290	29	39 s-ig együtt tartózkodnak ott
58 m-en nézelődés	590 -ig	329 -ig	
58 m-ről indulás	590	329	
116 m-re érkezés	880	358	Nincsenek egyszerre a teraszon
116 m-en nézelődés	1180-ig	658-ig	
116 m-ről indulás	1180	1258	(600 s várakozás után)
276 m-re érkezés	1980	1338	558 s-ot együtt töltenek
276 m-ről indulás lefelé	3180	2538	

Vagy elmozdulás-idő grafikonnal:



a) <u>Az első szinten találkoznak, a másodikon nem.</u> **4 pont**
(A csoport már a liftnél várakozik, amikor a fiú a második szintre ér.)
b) <u>Igen, 558 s-ot együtt töltenek.</u> **3 pont**
c) h = 276 m, ez 1710 lépcsőfok, tehát egy lépcsőfok 0,1614 m magas.
Ha 1 s alatt 0,2 m-t halad, akkor 1 perc alatt 12 m-t.
12 m : 0,1614 m = 74,35, <u>tehát kb. 74 lépcsőfok/ perc a fiú sebessége</u>. **3 pont**

Sz.10/2.

<u>Adatok</u>: $v_o = 2$ m/s, $t_1 = 1$ s, $t_2 = 2$ s.
a) Az indítás pillanatában a karikák távolsága a testtől:

$$x_1 = v_o t_1 = \underline{\underline{2\ \mathrm{m}}}, \qquad \text{illetve} \qquad x_2 = v_o t_2 = \underline{\underline{4\ \mathrm{m}}}$$ **2 pont**

b) A találkozások helyeinek szintkülönbsége a függőlegesen megtett utakból:

$$y_1 = \frac{g}{2} t_1^2 = 5\ \mathrm{m}, \quad \text{illetve} \quad y_2 = \frac{g}{2} t_2^2 = 20\ \mathrm{m} \quad \Rightarrow \quad \Delta y = \underline{\underline{15\ \mathrm{m}}}$$ **2 pont**

c) A test sebessége az első karikával való találkozáskor:

$$v = \underline{\underline{\sqrt{v_o^2 + (g t_1)^2} = 10{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$$ **3 pont**

d) Mindhárom test szabadon esik a gravitációs mezőben függőleges irányú kezdősebesség nélkül. Mivel egyszerre indultak, ezért minden pillanatban azonos magasságban vannak, vagyis az áthaladás mindig bekövetkezik, csak más időpillanatokban. **3 pont**

$\boxed{\textbf{Sz.10/3.}}$

Adatok: $\alpha = 30^o$, m = 0,5 kg, d = 50 cm, L = 40 cm, s = 120 cm, μ = 0,46.

a) Vizsgáljuk meg a mozgás három szakaszát! Az első szakasz során mindkét test súrlódásmentesen mozog, így a gyorsulásuk:

$$a_1 = g\,sin\alpha = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ezt a gyorsulást mindkét test esetén a nehézségi erő lejtőirányú komponense biztosítja, így a rúdban ébredő erő nulla. Ezt a mozgásegyenletek felírása alapján is megkaphatjuk. Tehát az L hosszúságú út megtétele során a rúdban ébredő erő:

$$\underline{\underline{F_1 = 0}}$$ **1 pont**

A mozgás második szakaszában az m tömegű test már a súrlódásos felületen mozog, a mozgásegyenletek:

$$ma_2 = mg\,sin\alpha + F_2 - \mu mg\,cos\alpha$$

$$3ma_2 = 3mg\,sin\alpha - F_2$$

Ezekből:

$$a_2 = \frac{4\,sin\alpha - \mu\,cos\alpha}{4}g = 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$ **1 pont**

A rúdban az L = 40 cm és L+d = 90 cm útszakaszok között ébredő erő:

$$F_2 = \frac{3}{4}\mu mg\,cos\alpha = \underline{\underline{1{,}5\ \text{N}}}$$ **1 pont**

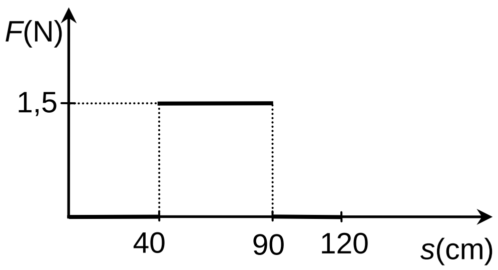
A mozgás harmadik szakaszán, az L+d = 90 cm hosszúságú út megtétele után már mindkét test a súrlódásos felületen mozog, így a gyorsulásuk:

$$a_3 = g(sin\alpha - \mu\,cos\alpha) = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Az első esethez hasonlóan az L+d = 90 cm és az s = 120 cm útszakaszok között a rúdban nem ébred erő, azaz: $\underline{\underline{F_3 = 0}}$

1 pont

Ezeket ábrázolva:



1 pont

b) Az első, L hosszúságú szakasz megtételéhez szükséges idő:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2L}{a_1}} = \underline{\underline{0{,}4\ \text{s}}}$$

Az L út befutása utáni sebesség:

$$v_1 = a_1 t_1 = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$ **1 pont**

A második szakaszra a kezdősebesség figyelembe vételével:

$$d = v_1 t_2 + \frac{a_2}{2} t_2^2$$

$$a_2 t_2^2 + 2v_1 t_2 - 2d = 0$$

$$4t_2^2 + 4t_2 - 1 = 0$$

$$t_2 = \underline{\underline{0{,}207\ \text{s}}}$$ **1 pont**

Az $L+d$ út befutása utáni sebesség:

$$v_2 = v_1 + a_2 t_2 = 2{,}83\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$ **1 pont**

A harmadik szakaszra a kezdősebesség figyelembe vételével:

$$s - L - d = v_2 t_3 + \frac{a_3}{2} t_3^2$$

$$a_3 t_3^2 + 2v_2 t_2 - 2(s - L - d) = 0$$

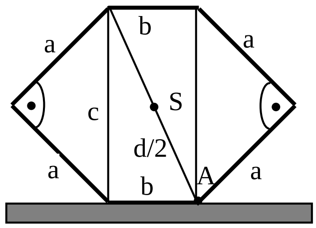
$$t_3^2 + 5{,}66 t_3 - 0{,}6 = 0$$

$$t_3 = \underline{\underline{0{,}104\ \text{s}}}$$ **1 pont**

A teljes *s* út megtételéhez szükséges idő:

$$t_ö = t_1 + t_2 + t_3 = \underline{\underline{0{,}71\ \text{s}}}$$ **1 pont**

Sz.10/4.



Adatok: L = 50 dm, a = 1,5 dm, b = 1 dm, ρ = 0,55 kg/dm^3.

a) Mivel $c = \sqrt{2}a = 2{,}12\ dm$, ezért a keresztmetszet területe:

$$T = 2\frac{a^2}{2} + bc = a(a + \sqrt{2}b) = 4{,}371\ \text{dm}^2$$ **3 pont**

A gerenda tömege: $m = \rho V = \rho TL = \underline{\underline{120{,}2\ \text{kg}}}$ **2 pont**

b) A keresztmetszet (mint síkidom) tömegközéppontja az S pont. A labilis egyensúlyi helyzet megvalósításához az S pontba képzelt tömeget kell Δh-val magasabbra emelni. **1 pont**

Mivel d a b és c oldalú téglalap átlója, ezért:

$$\Delta h = \frac{d}{2} - \frac{c}{2} = \frac{\sqrt{b^2 + c^2} - c}{2} = \frac{\sqrt{b^2 + 2a^2} - \sqrt{2}a}{2} = 0{,}0112\ \text{m}$$ **2 pont**

Az emelési munka: $W = mg\Delta h = \underline{\underline{13{,}46\ \text{J}}}$ **2 pont**

Sz.10/5. **Lásd a G.10/4. feladat megoldását!**